JEP | Volume 5 | Nomor 1| Mei 2021
e-ISSN 2579-860X
p-ISSN 2614-1221
Doi: https://doi.org/10.24036/jep/vol5-iss1/573

JEP (Jurnal Eksakta Pendidikan)
http://jep.ppj.unp.ac.id/index.php/jep

Modul Berbasis Logika Pembuktian untuk Mengurangi Level Abstraksi Topik Grup dan Sifat-Sifatnya

Defri Ahmad[*)], Fridgo Tasman, Ronal Rifandi, Saddam Al Aziz, Rara Shandy Winanda
Staf Pengajar Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Padang
defri_math@fmipa.unp.ac.id

ABSTRACT

The most essential thing in mathematics is proof, it makes mathematics being different with other subjects. One of subject in mathematics that always need prove to understand the concept is abstract algebra. In studying abstract algebra, student need various abstract concepts to include in its concepts. It is hard for student to understand the structures in abstract algebra and prove some of mathematical object that satisfy the structures. Group and its properties is the first structure in abstract algebra that has an abstract concept. It is hard for student to understand some objects, that is proven satisfy a structure and why the proof steps just flow. By giving explanation and reason in every proofing step, we try to increase student proving level and reduce the abstraction level of the concepts. To see how this module reduces the abstraction level in teaching group, this module is applied to university students and evaluated by interviewing and questionnaires to the students. Base on student response and by some perspectives, student proving ability increase and the abstraction level of the concept is diminished in some aspects.

Keywords : *Module, Proof reasoning, Abstraction level, Group, Mathematics statements*

PENDAHULUAN

Beberapa metode dalam usaha meningkat kan kemampuan mahasiswa dalam mempelajari konsep-konsep struktur aljabar antara lain adalah dengan meningkatkan metode pembelajaran dan mempelajari bagaimana konsep struktur aljabar tersebut dikembangkan (Hazzan, 1999). Pening katan metode pengajaran memerlukan situasi, dan atau peralatan untuk mendukung metode ter sebut (Ünal, 2017). Begitu juga, dalam mempela jari bagaimana konsep-konsep struktur aljabar di kembangkan diperlukan sumber belajar maupun referensi untuk dibaca (Hazzan, 1999: 2001).

Struktur Aljabar merupakan salah satu il mu dasar dalam matematika yang mempunyai aplikasi yang sangat luas dalam berbagai bidang (Baylis and Gallian, 1991). Berbagai istilah, teo ri-teori, dan metode dasar dalam struktur aljabar sangat banyak dimanfaatkan dalam berbagai bidang seperti komputer sains, fisika, kimia, dan lainnya (Baylis and Gallian, 1991; Judson, 2014). Pada berbagai bidang sangat dibutuhkan pema haman dasar terhadap konsep-konsep dasar struk tur untuk mengembangkan area pembahasan me reka. Struktur aljabar memiliki peran yang sangat penting dalam pembelajaran/ pengembangan kon sep matematika dan matematika lanjutan (Du binsky et al., 1994). Dengan mempelajari konsep struktur aljabar mahasiswa mampu untuk memba ngun pemahaman terhadap konsep matematika serta memahami struktur dalam penyusunan kon sep matematika itu sendiri (Dubinsky et al. 1994). Hingga saat ini, konsep-konsep struktur aljabar terus dikembangkan untuk mendapatkan struktur yang berguna dalam pengembangan ilmu mate matika, atau pengembangan ilmu lainnya di ber bagai area.

Seiring dengan pentingnya pemahaman mahasiswa matematika terhadap konsep struktur aljabar, memahami konsep-konsep struktur alja bar tidaklah mudah. Dalam mempelajari konsep struktur aljabar mahasiswa diperkenalkan dengan berbagai struktur dan sifat-sifatnya, kemudian ma hasiswa diminta untuk memahami struktur ter sebut melalui pembuktian matematis (Ticknor, 2012). Secara umum, konsep-konsep struktur alja bar diberikan melalui istilah, diikuti dengan de finisi dan contoh (butuh pembuktian), kemudian sifat-sifat terkait istilah (struktur) tersebut, hu bungan antara istilah dengan konsep sebelumnya, serta aplikasinya pada konsep matematika itu sendiri (Novotná and Hoch, 2008). Karena itu, prinsip dasar pemahaman konsep struktur aljabar adalah pemahaman terhadap bentuk/ jenis pernya taan dari konsep tersebut (definisi, teorema, lem ma, akibat). Sebagai contoh jenis kuantor pada konsep, jenis pernyataan (implikasi, biimplikasi, dan lainnya).

Dalam melakukan pembuktian mahasiswa akan dihadapkan pada berbagai permasalahan dari pemahaman terhadap objek matematika dan operasinya dalam suatu struktur hingga hubung an antar struktur. Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan dengan mahasiswa jurusan Mate matika Universitas Negeri Padang (UNP), kesu litan yang dialami mahasiswa disebabkan oleh beragamnya struktur, contoh, dan sifat yang ma sing-masing dibuktikan dengan proses yang ber beda satu sama lain. Selain itu, ketika membaca buku teks mahasiswa kesulitan dalam memahami langkah pembuktian konsep yang seolah-olah di skip (melompat-lompat). Ketika mahasiswa men coba meniru langkah-langkah tersebut mahasis wa mengalami masalah pada langkah yang ter skip tersebut.

Salah satu langkah awal yang dapat dilaku kan dalam memahami pembuktian pada konsep struktur aljabar yaitu dengan meniru langkah-langkah pembuktian pada konsep sebelumnya (Dubinsky et al. 1994). Namun hal itu saja tentu tidak cukup. Mahasiswa harus mengenali jenis/ bentuk pernyataan dan bagaimana cara/ mulai meresponnya. Selain itu mahasiswa juga harus memahami apa yang harus dilakukan terhadap objek matematika dan operasinya yang diberikan. Mahasiswa harus memahami bagaimana cara ber pikir yang sesuai dengan struktur yang diberikan untuk berbagai kasus objek matematika.

Tingginya tingkat keabstrakan dari konsep konsep struktur aljabar mengurangi minat maha siswa dalam memahaminya (Hazzan, 2001), dan beberapa mahasiswa pendidikan matematika (ca lon guru matematika) berpikir konsep-konsep ini tidaklah terlalu penting dipahami untuk dapat menjadi guru yang baik. Namun, tentu saja penda pat ini keliru karena untuk dapat mengajarkan beberapa konsep pada level sekolah menengah dengan penjiwaan konsep yang benar mereka perlu memahami konsep struktur aljabar secara mendalam (Haghani et al., 2019; Ticknor, 2012; Wadanambi and Leung, 2019; Wasserman, 2017; Widya et al., 2019). Karena itu, setidaknya dua hal tersebut, yaitu pemahaman terhadap bentuk/ jenis pernyataan serta objek matematika dan ope rasinya, dan level abstraksi konsep harus diatasi dalam mengajarkan konsep-konsep struktur alja bar. Mahasiswa akan mampu memahami konsep struktur aljabar dengan hanya jika mereka mema hami secara mendalam tentang abstraksi dalam matematika (Dubinsky et al. 1994).

Untuk mengatasi dua hal ini salah satu upa ya yang dapat dilakukan yaitu menyusun modul berbasis logika pembuktian. Penyusunan modul ini bertujuan untuk mengatasi permasalahan ma hasiswa dalam menghadapi pemahaman mahasis wa terhadap jenis pernyataan matematis yang ditemui mahasiswa dalam proses pembelajaran. Hal ini belum terakses oleh peneliti sebelumnya.

Modul berbasis logika pembuktian disusun dengan memberikan dan menjelaskan bentuk/ jenis pernyataan matematika yang digunakan kon sep, kemudian diikuti dengan langkah apa yang akan dilakukan dalam pembuktiannya (Detlefsen 2005; Epp 2003). Langkah yang dimaksudkan ya itu bagaimana permulaan merespon, bagaimana menetapkan jenis pembuktian, bagaimana melak sanakan pembuktian, serta bagaimana mengum pulkan konsep yang dibutuhkan untuk membuk tikan. Melalui modul tersebut, diharapkan level abstraksi konsep dapat dikurangi.

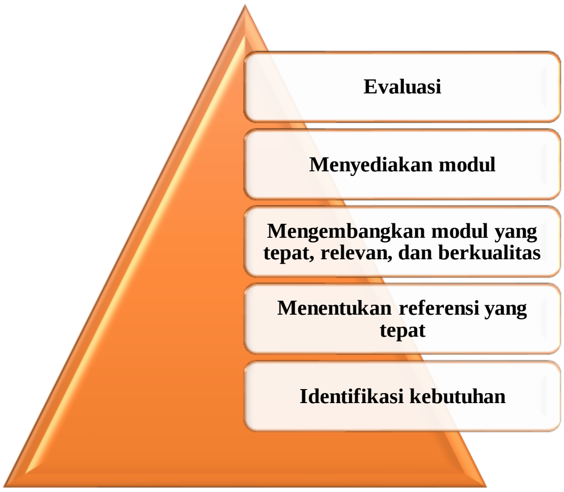
Grup merupakan struktur pertama yang di pelajari dalam mempelajari konsep struktur alja bar. Karena itu, proses awal pemahaman logika pembuktian mahasiswa dalam mempelajari struk tur aljabar harus melalui konsep grup. Untuk me mahami konsep grup menurut Hart, mahasiswa harus melakukan proses imitasi langkah pembela jaran, yaitu, mahasiswa menulis ulang/ mengimi tasi langkah-langkah dari contoh sebelumnya dan secara perlahan belajar bagaimana cara membuk tikan (Hart, 1994). Proses imitasi tidak terlepas dari pemahaman terhadap jenis/ bentuk pernya taan konsep.

Abstraksi yaitu suatu generalisasi atau dekontekstualisasi (Ferrari, 2003). Generalisasi yang dimaksudkan yaitu suatu proses deduksi dari beberapa hal induktif. Sementara dekonteks tualisasi yaitu perumusan maslaah kontekstual menjadi suatu fakta atau konsep. Karena itu, penu runan level abstraksi dapat dilakukan dengan me mahami proses induksi penyusunan konsep dan atau kondisi kontekstual dari konsep tersebut (Fer rari, 2003).

Dengan demikian, modul berbasis logika pembuktian merupakan salah satu alat yang tepat dalam menyusun strategi dalam mengajarkan kon sep struktur aljabar, khususnya pada bagian grup. Dengan menambahkan unsur kontekstual dan pro ses induksi dari konsep serta pembiasaan terha dap jenis/ bentuk pernyataan pada konsep, level abstraksi konsep diharapkan dapat berkurang.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian pengem bangan dengan model Plomp yang menghasilkan suatu modul berbasis logika pembuktian. Secara garis besar penyusunan model melalui tiga tahap an yaitu penelitian pendahuluan, tahap pengem bangan, dan tahap evaluasi. Dalam konstruksi nya, modul ini disusun dengan memperhatikan prinsip-prinsip pembuktian, dan level abstraksi. Modul yang disusun kemudian diterapkan dan diujikan ke kelas yang terdiri atas 36 mahasiswa yaitu mahasiswa program studi matematika se mester keempat tahun akademik 2019/2020.



Gambar 1. Proses pengembangan catatan perkuliahan

Pada pengembangan catatan perkuliahan (modul) terdapat lima langkah yang harus diper hatikan yaitu mengidentifikasi kebutuhan, kemu dian menemukan, mengukur, dan memilih sum ber belajar dan referensi, dilanjutkan dengan mengembangkan modul yang berguna, relevan, dan berkualitas tinggi, kemudian membuat modul tersebut, dan terakhir modul yang dibuat dieva luasi untuk dapat ditingkatkan. Kelima langkah ini tergambar pada Gambar 1 dengan dua hal pen ting yang harus dilakukan. Pertama menghimpun pengetahuan yaitu pengetahuan tentang kebu tuhan khalayak/ sasaran dan topik atau konsep yang akan dikaji, pengetahuan tentang keilmuan dan referensi yang sudah ada, dan pengetahuan tentang hal-hal yang harus dilakukan dalam penyusunan modul (Ducharme, 2010). Selanjut nya setelah modul tersedia, dilakukan evaluasi berupa validasi dan pengujian kelapangan. Vali dasi dilakukan dengan meminta pendapat *expert* di bidang struktur aljabar dan juga *expert* di bi dang Pendidikan Matematika di Perguruan Ting gi. Sementara kegiatan pengujian dilakukan ke kelas Pendidikan Matematika UNP kelas interna sional angkatan 2018 yang terdiri dari 36 maha siswa. Pengujian ini diukur melalui test dan interview terstruktur semu. Pengukuran hasil test yang dilakukan tidak didasarkan pada nilai akhir tetapi lebih ke proses bagaimana mahasiswa menyelesaikan masalah tersebut. Bagaimana ma hasiswa mengenali jenis/ bentuk pernyataan serta bagaimana cara mahasiswa merespon. Selain itu juga diperhatikan bagaimana efek modul terha dap level abstarksi dari konsep. Lebih lanjut da lam proses penarikan kesimpulan metode pem belajaran diasumsikan konvensional, yaitu meto de yang sesuai dengan pembelajaran matakuliah ini biasanya di UNP, yaitu berdasarkan rancang an pembelajaran semester sehingga tidak mempe ngaruh hasil belajar.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan latar belakang yang disajikan, diidentifikasi pemahaman tentang konsep grup (struktur aljabar) dan kesulitan yang dialami ma hasiswa untuk mempelajarinya. Dengan mempe lajari berbagai referensi Baylis & Gallian (1991) (edisi terbaru 2017); Benkart (1987); Goodstein & Sawyer (1960) (edisi terbaru 2018) dan lainnya dan karakteristik pernyataan matematika telah disusun modul/ catatan perkuliahan tentang grup. Modul dilengkapi dengan bagaimana cara ana lisis pembuktian setiap pernyataan dan jenis pen jelasan tentang jenis pernyataan matematisnya. Selanjutnya, perlu dilakukan evaluasi terhadap modul tersebut.

Evaluasi terhadap modul dimulai dengan self-validation (Validasi oleh Pembuat), kemu dian dilanjutkan dengan validasi dengan *expert*/ ahli dibidangnya. Validasi dilakukan pada dua *ex pert* yaitu dosen pengampu struktur aljabar dan memiliki penelitian di bidang tersebut, dan dosen di bidang Pendidikan Matematika untuk men validasi dari segi penyajian. Validasi dilakukan melewati beberapa perbaikan hingga dinyatakan valid untuk digunakan. Sehingga modul yang dibuat siap untuk digunakan dalam pembelajaran dan diukur tingkat kesuksesannya dalam pema haman mahasiswa terhadap pembuktian dan level abstraksi.

Dalam mengukur tingkat kesuksesan maha siswa dalam memahami/ menyelesaikan masalah pembuktian mahasiswa dikelompokan kedalam tiga kelompok yaitu sintaktik, semantik konkrit, dan semantik abstrak (Arnawa, Yerizon, and Nita 2019; Syamsuri et al. 2017). Mahasiswa dikatego rikan sintaktik jika mahasiswa telah memahami bentuk pernyataan dan memberikan respon awal dengan benar, sementara semantik konkrit jika mahasiswa telah mampu memberikan respon awal dan memberikan format umum langkah pem buktian serta memahami kasus-kasus induktif, sementara mahasiswa yang masuk ke semantik abstrak yaitu mahasiswa telah mampu mema hami deduksi/ abstraksi pada konsep.

Pengelompokan mahasiswa ke dalam tiga kelompok tersebut dilakukan dengan memberi kan test atas tiga item. Berdasarkan respon maha siswa tersebut, kemudian mahasiswa dikelom-pokkan ke dalam tiga kelompok tersebut. Sebagai konfirmasi terhadap pemahaman mahasiswa dan pengelompokan dilakukan wawancara terstruktur semu. Wawancara semu mengkaji ide dasar maha siswa terhadap jawabannya serta mengkonfirma si pemahaman yang belum tersampaikan.

Sebelum diberikan test, mahasiswa telah di bekali pembelajaran dengan modul selama lima minggu atau 10 pertemuan atas 2 sks. Berdasar kan test yang dilakukan, hasil pengelompokan mahasiswa dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Pengelompokkan mahasiswa berdasarkan hasil test

Kelompok	Mahasiswa (%)	Rerata Nilai
Belum Paham	8,3	35,1
Sintaktik	27,8	52,3
Semantik Konkrit	50	66,4
Semantik Abstrak	13,9	79,7
Jumlah/ Rerata	100	61,72

Berdasarkan Tabel 1 diperoleh bahwa sete lah belajar dengan menggunakan modul berbasis logika pembuktian masih ada 8,3% mahasiswa belum mampu memahami konsep pembuktian se penuhnya mereka bahkan belum mampu membe rikan respon awal dengan benar. Sebanyak 27,8% mahasiswa berada pada level sintaktik, pada ke lompok ini mahasiswa baru bisa memberikan res pon awal dan mengimitasi langkah pembuktian. Sementara 50% mahasiswa sudah mampu mela kukan imitasi dengan tepat dan hanya melakukan kesalahan minor pada bagian kasus konkrit, na mun untuk soal dengan level abstraksi yang tinggi masih mengalami kesalahan. Sementara 13,9% selanjutnya telah mampu memahami kon sep struktur aljabar dengan baik. Kemudian sete lah wawancara hasil pengelompokan ini terkonfir masi telah tepat.

Selanjutnya, dibahas tentang level abstrak si. Abstraksi merupakan suatu keharusan dalam pengembangan matematika, karena konsep-kon sep matematika disusun berdasarkan abstraksi-abstraksi yang dilakukan oleh matematikawan. Dengan abstraksi dapat dilakukan suatu gene ralisasi dan hal-hal kontekstual dapat dituliskan sebagai suatu konsep. Sehingga abstraksi tidak da pat dihilangkan, namun untuk pemahaman level awal level abstraksi dapat dikurangkan.

Terdapat tiga tipe level abstraksi, yaitu (1) level abstraksi sebagai kualitas hubungan antara objek pemikiran dan orang yang berfikir, (2) le vel abstraksi sebagai dualitas proses-objek, (3) ab straksi level sebagai derajat kekomplekkan objek pemikiran (Hazzan, 1999). Untuk melihat bagai mana level abstraksi terpengaruh oleh modul ber basis logika pembuktian dilihat respon mahasis wa terhadap test dan wawancara.

Berdasarkan hasil pengelompokkan pada Tabel 1 terlihat bahwa level mahasiswa yang se dang diajarkan konsep grup masih belum mum puni, lebih dari 80% mahasiswa masih baru mam pu mempelajari konsep abstrak melalui hal-hal konkrit. Dengan demikian selain menurunkan le vel abstraksi melalui pemahaman terhadap per nyataan matematika peningkatan ini juga dapat didukung dengan visualisasi konsep, misalnya melalui komputer (Varankina et al., 2019). Hal ini dikarenakan mahasiswa (orang yang berfikir) masih pada level semantik konkrit yang masih butuh induktifisasi konsep-konsep abstrak yang dipelajari. Meskipun modul belum memuat vi sualisasi objek, namun modul disajikan dengan beragam contoh sehingga dapat meningkatkan le vel abstraksi mahasiswa secara perlahan melalui induktifisasi.

Pada tipe level abstraksi kedua, dualitas an tara proses dan objek. Pereduksian oleh modul terjadi melalui proses imitasi (Dubinsky et al., 1994). Mahasiswa yang belajar menggunakan mo dul dituntut untuk mengimitasi langkah pembuk tian contoh sebelumnya. Proses imitasi pada mo dul dimulai dengan mengenali tipe pernyataan matematis, kemudian kemungkinan respon, hing ga imitasi terhadap langkah-langkah/ sintaks da lam merespon.

Terakhir untuk level abstraksi tipe ketiga, yaitu kekomplekkan objek pemikiran. Kekom plekkan objek pemikiran diukur dengan keda laman materi dan interaksi antar struktur yang dikaji (Ferrari, 2003; Ohlsson and Lehtinen, 1997). Modul baru menfasiltasi tingkat kekom plekkan pemberian struktur, contoh, sifat-sifat, dan hubungan strukutr dengan struktur lainnya. Walaupun modul belum memuat penyederha naan hubungan antar objek, namun modul sudah memberikan langkah-langkah untuk diimitasi pa da berbagai jenis pernyataan matematis terkait grup, dari struktur yang sederhana hingga komp leks. Jika dihubungkan dengan hasil pada Tabel 1, permasalahan ini juga dapat dijadikan sebagai salah satu alasan sedikitnya mahasiswa yang bera da pada kelompok semantik abstrak.

Untuk mendapatkan pemahaman lebih mendalam terkait respon mahasiswa selanjutnya dibahas beberapa respon mahasiswa terhadap sa lah satu permasalahan yang diberikan. Permasa lahannya, yaitu

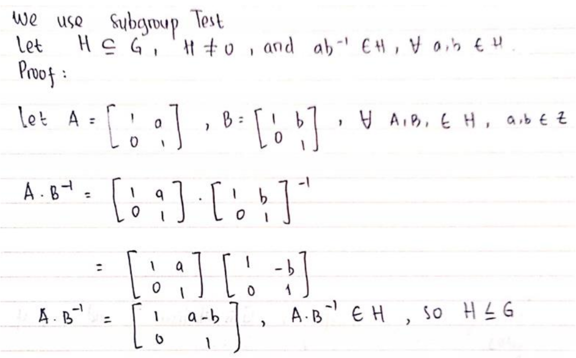
Let

$$H = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \middle|, \; n \in Z \right\},$$

Prove that $H \leq GL_2(R)$.

Permasalahan ini merupakan salah satu perma salahan yang memuat level abstraksi dualitas pro ses dan objek. Sementara untuk dua tipe abstraksi lagi hubungan antara objek pemikiran dan orang yang berpikir seharusnya tidak memunculkan ma salah dan kedalaman objek pemikiran juga demi kian, karena permasalahan baru pada level awal, yaitu contoh subgrup.

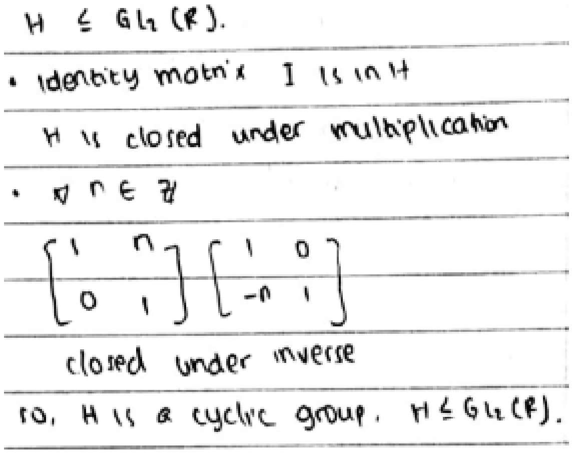
Selanjutnya, dibahas respon mahasiswa ter hadap permasalahan tersebut. Gambar 2 merupa kan respon mahasiswa pertama,



Gambar 2. Contoh respon mahasiswa 1 terhadap permasalahan yang diberikan

Jawaban mahasiwa pertama memperlihatkan bah wa mahasiswa sudah bisa merespon permasa lahan dengan benar. Meskipun mahasiswa tidak menuliskan semua sintaks untuk proses pembuk tian *one-step subgroup test*. Hal ini dikarenakan mahasiswa menuliskan makna *one-step subgroup test* di awal langkah pembuktian (seperti halnya yang dicontohkan dalam modul. Meskipun awal nya hanya terlihat meniru langkah pada modul, namun respon mahasiswa ini menunjukkan bah wa setidaknya dia telah berada pada level seman tik konkrit. Selain itu, mahasiswa telah menun jukkan kemampuan penalaran yang tinggi pada setiap langkah pembuktian (Agustyaningrum et al., 2019).

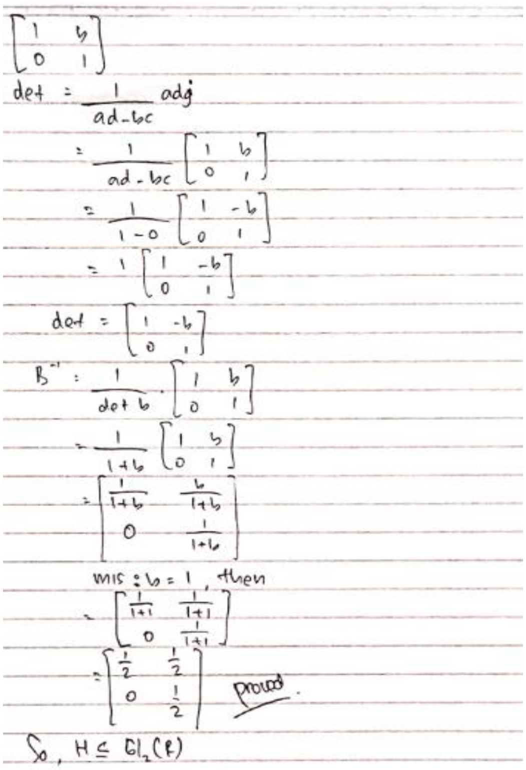
Selanjutnya, perhatikan respon mahasiswa yang dijadikan sampel kedua, yaitu sampel mah asiswa yang baru bisa menirukan langkah pem buktian, respon mahasiswa kedua terlihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Contoh respon mahasiswa 2 terhadap permasalahan yang diberikan

Jawaban mahasiswa kedua memperlihatkan bah wa mahasiswa hanya menirukan langkah pem buktian subgrup, sebelum mengenal pengujian subgrup. Meskipun langkah awal mempelajari dengan meniru (Dubinsky et al. 1994), namun ma hasiswa menunjukkan respon yang tidak tepat un tuk pemprosesan objeknya. Hal ini menunjukkan bahwa matriks masih menjadi objek yang abstrak bagi mahasiswa tersebut yang artinya pengeta huan awal mahasiswa yang masih rendah (Agus tyaningrum et al. 2020), apalagi hubungan ma triks dan operasinya dengan konsep grup. Re komendasi yang diberikan untuk tipe mahasiswa demikian yaitu mahasiswa kembali diperkenal kan dengan objek-objek matematika mulai dari dasar.

Contoh respon mahasiswa ketiga yaitu ma hasiswa yang belum mampu bahkan menirukan langkah awal pembuktian. Mahasiswa hanya me nuliskan suatu fakta dalam matematika tanpa tahu harus diapakan fakta tersebut. Tidak ada keterangan maupun penjelasan tentang apa yang mereka lakukan. Contoh tersebut disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4. Respon mahasiswa 3 terhadap permasalahan yang diberikan

Berdasarkan respon mahasiswa ketiga terlihat ma hasiswa hanya mencoba menghitung invers dari matriks yang diberikan. Kemudian mahasiswa mengulangi lagi perhitungan invers tersebut. Na mun perhitungan pertama hanya ada sedikit kesa lahan penulisan “Adj B” hanya ditulis “Adj”, pa da perhitungan kedua kesalahan bertambah fatal mulai dari kesalahan melakukan perhitungan in vers dan contoh yang entah untuk apa. Jawaban ini menunjukkan bahkan mahasiswa tidak mam pu memberikan respon awal, apa yang harus dila kukan ketika mulai merespon suatu permasa lahan. Permasalahan yang dialami mahasiswa ini bukan hanya terkait topik grup tapi memang se cara umum belum memahami bentuk pernyataan matematika dan pembuktiannya. Selain itu, bagi mahasiswa ini selain objek matematika, struktur dan hubungan antar objek juga sangat abstrak baginya. Lebih lanjut, jika diberikan pernyataan matematis kepada mahasiswa tersebut boleh jadi belum dapat direspon.

Untuk memastikan permasalahan mahasis wa tersebut, maka dilakukan wawancara. Ternya ta permasalahan mahasiswa terletak pada kemam puan pembuktian matematis. Meskipun mahasis wa telah mempelajarinya secara khusus pada ma ta kuliah sebelumnya, namun mahasiswa merasa proses pembuktian sangat abstrak mereka bahkan belum mampu untuk menirunya. Setelah ditelu suri lebih lanjut, ternyata proses peniruan/ imitasi langkah pembuktian baru didapatkan pada mata kuliah ini. Dengan demikian pembelajaran teknik pembuktian melalui proses peniruan sebaiknya dilakukan semenjak awal, khususnya untuk maha siswa matematika.

Jika ditinjau dari respon mahasiswa terha dap item test yang dicontohkan ini saja, terdapat 16,7% respon mahasiswa seperti pada contoh res pon mahasiswa pertama, 41,7% seperti respon mahasiswa kedua, dan sisanya 13,9% seperti res pon mahasiswa ketiga. Namun, jika dikaji secara rata-rata pengelompokan mahasiswa terhadap le vel pembuktian seperti pada Tabel 1. Berdasar kan data ini direkomendasikan pengkajian ten tang peningkatan kemampuan pembuktian maha siswa serta penurunan level abstraksi bagi maha siswa melalui penelitian dalam waktu yang lebih lama.

Berdasarkan penjelasan di atas, modul ber basis logika pembuktian yang disusun dapat mem berikan efek terhadap level/ kelompok kemam puan pembuktian mahasiswa dalam mempelajari grup. Meskipun masih ada sebanyak 8,3% maha siswa yang tetap belum mampu meningkatkan le velnya. Selain itu, modul juga mereduksi level abtraksi konsep grup melalui proses imitasi dan keberagaman contoh. Namun pemahaman maha siswa terhadap objek matematika yang harusnya sudah tuntas pada matakuliah sebelumnya juga belum baik, sehingga beberapa objek masih ab strak bagi mahasiswa.

KESIMPULAN

Penggunaan modul berbasis logika pem buktian untuk topik grup (struktur aljabar) yang disusun mampu meningkatkan level pembuktian mahasiswa dari sintaktik ke semantik konkrit dan bahkan ke semantik abstrak. Modul ini baru mem pengaruhi level abstraksi konsep, yaitu melalui peningkatan orang yang berfikir melalui respon nya terhadap pembuktian matematis, dan dualitas proses dan objek melalui proses imitasi. Sehing ga, masih diperlukan optimalisasi penyajian kon sep dan proses pembuktian didalamnya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada LP2M UNP yang telah mendanai penelitian untuk penyusunan artikel ini dengan dana PNBP 2018.

DAFTAR PUSTAKA

Agustyaningrum, Nina, Yudhi Hanggara, As maul Husna, Agus Maman Abadi, and Ali Mahmudii. 2019. "An Analysis of Students' Mathematical Reasoning Ability on Ab stract Algebra Course." *International Jour nal of Scientific and Technology Research* 8(12).

Agustyaningrum, Nina, Riska Novia Sari, Agus Maman Abadi, and Ali Mahmudi. 2020. "Dominant Factors That Cause Students' Difficulties in Learning Abstract Algebra: A Case Study at a University in Indonesia." *International Journal of Instruction* 14(1). doi: 10.29333/IJI.2021.14151A.

Arnawa, I. Made, Y. Yerizon, and Sri Nita. 2019. "Improvement Students' Level of Proof Ability in Abstract Algebra Trough APOS Theory Approach." *International Journal of Scientific and Technology Research* 8(7).

Baylis, John, and Joseph A. Gallian. 1991. "Con temporary Abstract Algebra." *The Mathe matical Gazette* 75(473):374. doi: 10.2307/ 3619533.

Benkart, Georgia. 1987. "Abstract Algebra, by I. N. Herstein." *The American Mathe matical Monthly*. doi: 10.1080/00029890. 1987.12000722.

Detlefsen, Michael. 2005. *Proof, Logic and Formalization*.

Dubinsky, Ed, Jennie Dautermann, Uri Leron, and Rina Zazkis. 1994. "On Learning Fundamental Concepts of Group Theory." *Educational Studies in Mathematics*. doi: 10.1007/BF01273732.

Ducharme, Francine M. 2010. "Knowledge Translation Approaches to Implement Guidelines? Plan, Assess, Tailor, and Learn." *Allergy, Asthma & Clinical Immu nology*. doi: 10.1186/1710-1492-6-s4-a7.

Epp, Susanna S. 2003. "The Role of Logic in Teaching Proof." *American Mathematical Monthly*. doi: 10.2307/3647960.

Ferrari, Pier Luigi. 2003. "Abstraction in Mathematics." *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences* 358(1435):1225–30. doi: 10.1098/rstb.2003.1316.

Goodstein, R. L., and W. W. Sawyer. 1960. "A Concrete Approach to Abstract Algebra." *The Mathematical Gazette* 44(348):138.

Haghani, Milad, Emiliano Cristiani, Nikolai W. F. Bode, Maik Boltes, and Alessandro Corbetta. 2019. "Panic, Irrationality, and Herding: Three Ambiguous Terms in Crowd Dynamics Research." *Journal of Advanced Transportation* 2019. doi: 10.1155/2019/9267643.

Hart, E.: 1994, 'Analysis of the proof-writing performance of expert and novice students in elementary group theory', in E. Dubinsky and J. Kaput (eds.), *Research Issues in* Mathematics Learning: Preliminary Analy ses and Results. MAA Notes Series No. 33, Math. Assn. Amer,, 49-62.

Hazzan, Orit. 1999. "Reducing Abstraction Level When Learning Abstract Algebra Con cepts." *Educational Studies in Mathematics* 40(1). doi: 10.1023/A:1003780613628.

Hazzan, Orit. 2001. "Reducing Abstraction the Case of Constructing an Operation Table for a Group." *Journal of Mathematical Behavior* 20(2). doi: 10.1016/S0732-3123 (01)00067-0.

Judson, Thomas W. 2014. "Abstract Algebra Theory and Applications." 406.

Novotná, Jarmila, and Maureen Hoch. 2008. "How Structure Sense for Algebraic Expressions or Equations Is Related to Structure Sense for Abstract Algebra." *Mathematics Education Research Journal*. doi: 10.1007/BF03217479.

Ohlsson, Stellan, and Erno Lehtinen. 1997. "Abstraction and the Acquisition of Complex Ideas." *International Journal of Educational Research* 27(1):37–48. doi: 10.1016/S0883-0355(97)88442-X.

Syamsuri, Syamsuri, Purwanto Purwanto, Subanji Subanji, and Santi Irawati. 2017. "Using APOS Theory Framework: Why Did Students Unable To Construct a Formal Proof?" *International Journal on Emerging Mathematics Education*. doi: 10.12928/ ijeme.v1i2.5659.

Ticknor, Cindy S. 2012. "Situated Learning in an Abstract Algebra Classroom." *Educational Studies in Mathematics* 81(3). doi: 10.1007/ s10649-012-9405-y.

Ünal, Menderes. 2017. “Preferences of Teaching Methods and Techniques in Mathematics with Reasons.” *Universal Journal of Edu cational Research* 5(2):194–202. doi: 10. 13189/ujer.2017.050204.

Varankina, V. I., E. N. Lubyagina, R. V. Markov, A. A. Petrov, and D. V. Shirokov. 2019. “Computer Visualization in the Course ‘Abstract Algebra.’ ” *Scientific Visualiza tion* 11(5). doi: 10.26583/sv.11.5.08.

Wadanambi, Gayanthi Malika, and Frederick K. S. Leung. 2019. “Exploring the Influence of Pre-Service Mathematics Teachers’ Profess ed Beliefs on Their Practices in the Sri Lan kan Context.” *LUMAT* 7(2). doi: 10.31129/ LUMAT.7.2.405.

Wasserman, Nicholas H. 2017. “Exploring How Understandings from Abstract Algebra Can Influence the Teaching of Structure in Early Algebra.” *Mathematics Teacher Education and Development* 19(2).

Widya, Ronal Rifandi, and Yosi Laila Rahmi. 2019. “STEM Education to Fulfil the 21st Century Demand: A Literature Review.” in *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1317.